

文章编号: 2095-2163(2023)02-0134-05

中图分类号: TP301.6

文献标志码: A

# 基于三支决策的多目标优化自然计算策略研究

张心茹, 季伟东, 岳玉麒, 殷曾祥

(哈尔滨师范大学 计算机科学与信息工程学院, 哈尔滨 150025)

**摘要:** 为提高优化算法的优化效率, 解决早熟收敛的问题, 本文提出一种基于三支决策的多目标优化自然计算策略。利用分段 Tent 混沌初始化种群, 生成均匀分布的初始化种群; 引入三支决策思想, 根据适应度值大小将种群分为正域、负域以及边界域, 分别对三域中的最优个体执行不同的变异行为; 结合个体在目标空间中的欧氏距离, 充分发掘可能为最优解的潜在价值。将该策略分别应用到粒子群算法及灰狼算法中, 并与这两个经典算法进行对比, 实验结果表明: 该策略具有更好的求解精度和更快的收敛速度, 具有较高的寻优性能以及一定的普适性。

**关键词:** 三支决策; 多目标优化; 自然计算; 粒子群算法; 灰狼算法

## Research on natural computing strategy for multi-objective optimization based on three-way decision

ZHANG Xinru, JI Weidong, YUE Yuqi, YIN Zengxiang

(College of Computer Science and Information Engineering, Harbin Normal University, Harbin 150025, China)

**[Abstract]** In order to enhance the efficiency of the optimization algorithm and solve the problem of early convergence, a natural computational strategy of multi-objective optimization based on three-way decision is proposed. Using segmented Tent chaotic initialization population, a uniformly distributed initialization population is generated. The idea of three-way decision is introduced to divide the population into positive domain, negative domain and boundary domain according to the size of fitness value, and different variational behaviors are performed for the optimal individuals in the three domains respectively. The Euclidean distance of individuals in the target space is combined to fully explore the potential values that may be optimal solutions. The strategy is applied to the particle swarm optimization algorithm and the grey wolf optimization algorithm, respectively. The experimental results show that the strategy has better solution accuracy, faster convergence speed and higher performance of finding the optimal value as well as certain universality.

**[Key words]** three-way decision; multi-objective optimization; natural computing; particle swarm algorithm; grey wolf algorithm

## 0 引言

多目标优化问题 (MOP) 在工程实践与理论研究等领域广泛存在并持续发展, 多目标优化问题具体是指各目标之间相互冲突与协同, 传统的自然计算方法难以找到最优解。国内外诸多学者对传统自然计算方法进行改进, 提出以多目标进化算法 (MOEA)、非支配排序遗传算法 (NSGA) 等经典算法为首的诸多衍生算法, 从而适应多目标优化问题的

求解。Deb 等<sup>[1]</sup> 提出一种带精英策略的快速非支配排序算法 NSGA-II, 依据快速非支配排序, 对种群分层, 降低算法的计算复杂度; Zhang 等<sup>[2]</sup> 将数学规划和进化算法相结合, 提出基于分解的多目标优化算法 (MOEA/D), 提高算法的计算速度; 2002 年, Coello 等<sup>[3]</sup> 提出多目标粒子群算法 (MOPSO), 首次将标准粒子群优化算法应用于多目标领域; 2016 年, Mirjalili 等<sup>[4]</sup> 提出多目标灰狼算法 (MOGWO), 具有参数少、实现简单、鲁棒性强等优点; Yen 等<sup>[5]</sup>

**基金项目:** 国家自然科学基金 (31971015); 黑龙江省自然科学基金 (LH2021F037)。

**作者简介:** 张心茹 (1999-), 女, 硕士研究生, 主要研究方向: 多目标优化、群体智能; 季伟东 (1978-), 男, 博士, 教授, 主要研究方向: 大数据、知识图谱; 岳玉麒 (1998-), 女, 硕士研究生, 主要研究方向: 多目标优化、知识追踪; 殷曾祥 (1996-), 男, 硕士研究生, 主要研究方向: 知识图谱。

**通讯作者:** 季伟东 Email: kingjwd@126.com

**收稿日期:** 2022-09-27

提出一种基于动态多子群的多目标粒子群优化算法(DSMOPSO),充分平衡探索开发能力;Martinez等<sup>[6]</sup>提出重新初始化策略,提高种群多样性;魏文红<sup>[7]</sup>等人通过泛化反向学习机制,引导种群个体向最优帕累托前沿逼近;2018年,谢承旺<sup>[8]</sup>等提出混合型多目标萤火虫算法,融入档案精英个体引导策略及三点最短路径技术,提高算法的整体性能;2020年,张伟等<sup>[9]</sup>提出基于种群分区的多策略粒子选取,平衡算法的收敛性和多样性;徐航等<sup>[10]</sup>利用小孔成像反向学习策略增加寻优的多样性,提高跳脱局部最优的能力;2022年,季伟东等<sup>[11]</sup>利用局部线性嵌入(LLE)降维思想解决大规模多目标优化领域问题;王旭等<sup>[12]</sup>利用多指标的精英个体博弈机制,融合K-means聚类,平衡算法性能。

国内外学者虽以不同视角和背景针对收敛精度、速度、分布性等多方面进行改进和创新,但大多针对于某一单独算法,其策略不具有通用性和普适性。对于多目标优化领域,寻找一种通用的优化策略具有重要的意义。针对上述问题,本文基于三支决策理论思想,结合三支分域及异域分治策略,提出应用于自然计算领域的三支决策多目标优化策略(Natural computing strategy for multi-objective optimization based on three-way decision, 3WD-MNC),通过分段Tent映射改变种群初始化,提高算法的多样性;结合三支决策思想,提出三支分域策略,对子域种群进行异域分治策略寻优,从而指导种群进化。

将该方法分别应用于两种不同的自然计算方法中,从整体和局部两方面提升算法收敛性、分布性、高效性,综合提升算法平均性能,并与这两个代表性算法在6个经典测试函数上进行对比,验证其有效性和普适性。

## 1 多目标优化问题

设在目标空间 $R^m$ 中,多目标优化问题的数学描述可表示为式(1):

$$\min F(x) = (f_1(x), f_2(x), \dots, f_m(x)) \quad (1)$$

满足条件:

$$\begin{cases} x \in \Omega \\ g_i(x) \leq 0, i = 0, 1, 2, \dots, p \\ h_j(x) = 0, j = 0, 1, 2, \dots, q \end{cases}$$

其中,  $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$  为决策空间 $\Omega$ 中的一个决策变量,  $g_i(x)$  和  $h_j(x)$  为约束函数,分别表示MOP的 $p$ 个不等式约束和 $q$ 个等式约束条件,共同确定满足所有条件的可行域。

## 2 基于三支决策的多目标优化自然计算策略(3WD-MNC)

### 2.1 Tent混沌种群初始化

初始种群的优劣在一定程度上会影响算法的收敛速度和解的精度<sup>[13]</sup>。随机产生的数据初始化种群信息难以保留种群的多样性。因此本文采用迭代速度快,且遍历均匀性较好的Tent混沌映射,设初始化种群的种群规模为 $n$ ,在 $[0, 1]$ 内随机产生初始值 $X_0$ ,利用公式(2)进行迭代并生成 $n-1$ 个新个体,最后将全部个体映射到变量的取值范围内,生成Tent混沌初始化种群。在保证种群多样性的前提下,提高收敛速度,缩短寻优时间。

$$X_{n+1} = \begin{cases} 2X_n, X_n \in [0, 0.5] \\ 2(1 - X_n), X_n \in [0.5, 1] \end{cases} \quad (2)$$

### 2.2 基于三支思想的种群分域策略

三支决策是将不确定事物放入“待定区”的决策模式,将整体分为正域、负域、边界域。正域代表接受,负域代表拒绝,边界域代表无法做出接受或拒绝的判断。三支决策可以很好划分样本间属性的差异,将相似样本划分到同一区域,采用不同策略。受此思想影响,将初始化种群分为正域、负域、边界域,对于可行解空间 $\Omega$ ,设定阈值因子 $r$ ,构造基于三支决策的自适应种群分域,式(3):

$$\begin{cases} POS(X) = \{x \in \Omega \mid F(x) \leq F_{avg} - r\} \\ NEG(X) = \{x \in \Omega \mid F(x) \geq F_{avg} + r\} \\ BND(X) = \{x \in \Omega \mid F_{avg} - r < F(x) < F_{avg} + r\} \end{cases} \quad (3)$$

其中,  $POS$ 、 $NEG$ 、 $BND$  分别为正域、负域、边界域,  $F_{avg}$  为平均适应度值,设定阈值因子 $r$ 划分域并区分优劣个体。

### 2.3 异域分治策略

通过三支分域策略将初始种群分为三域后,对三域进行不同的寻优更新操作。

在 $BND$ 域,将候选解间的欧式距离,作为个体的分布性指标,  $d(x, y)$  为 $n$ 维空间中任意两个个体之间的真实距离,式(4):

$$d(x, y) = \sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - y_i)^2}, i = 1, 2, \dots, n \quad (4)$$

利用式(5)将 $BND$ 中最优个体的 $d$ 值与平均值相比较,若其大于平均欧氏距离,则对最优个体进行高斯变异,反之反向学习变异,增强全局搜索,增加种群多样性。

$$X_i^* = \begin{cases} X_i^* (1 + Gauss(0, 1)), d_i > \bar{d} \\ lb + ub - X_i, d_i \leq \bar{d} \end{cases} \quad (5)$$

其中,  $X_i^v$  表示个体  $i$  变异后的位置;  $Gauss(0, 1)$  为服从高斯分布的随机变量;  $lb$ 、 $ub$  分别为决策变量的下限和上限;  $\bar{d}$  表示平均欧氏距离。

NEG 域中, 获取随机数  $rand$ , 根据当前个体迭代次数  $t$ 、最大迭代次数  $T_{max}$  以及突变率  $mu$ , 计算扰乱算子  $p$ , 式(6):

$$p = \left(1 - \frac{t - 1}{T_{max} - 1}\right)^{\left(\frac{1}{mu}\right)}, p \in [0, 1] \quad (6)$$

若  $rand > p$ , 采用小孔成像变异策略, 随机向附近寻优更新, 变异计算公式(7):

$$Pinhole(X_i^t) = \frac{lb + ub}{2} + \frac{lb + ub}{2 * t} - \frac{x_{gbest}}{t} \quad (7)$$

在 POS 域, 同样通过获取随机数  $rand$ , 根据式(6)计算扰乱算子  $p$ 。若  $rand < p$ , 则随机选择个体的某个决策变量进行变异, 其余决策变量不变, 得到变异后的个体与变异前进行比较, 更优则更新。

### 2.4 3WD-MNC 在自然计算方法中的实现策略

本文将 3WD 思想以及异域分治策略结合, 构建 3WD-MNC 算法, 并将其应用于自然计算领域的 MOPSO 和 MOGWO 中, 其中, 算法流程图如图 1 所示。

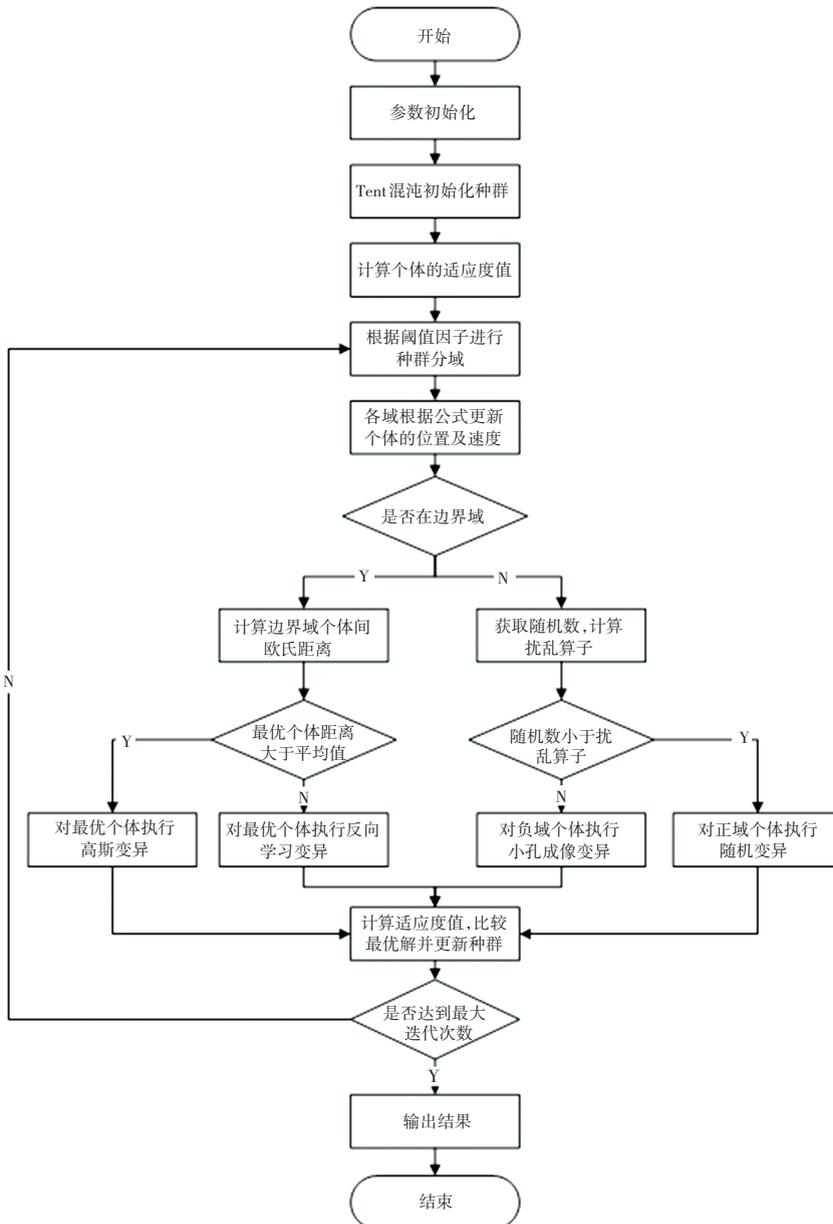


图 1 3WD-MNC 算法流程图

Fig. 1 3WD-MNC algorithm flow chart

### 3 实验结果与分析

为验证所提策略有效性, 选取 ZDT1-ZDT4、ZDT6、DTLZ2 作为测试函数, 参数设置: 双目标种群规模  $N = 100$ , 迭代次数为 100 次; 三目标种群规模  $N = 300$ , 迭代次数 100 次, 测试 30 次; 3WD 策略中阈值因子  $r = 0.1$ 。

将所提策略应用于 MOPSO 和 MOGWO 中, 得到 3WD-MOPSO 和 3WD-MOGWO, 与 MOPSO、MOGWO 经典算法进行对比实验, 各对比算法在测试函数上的超体积指标 (HV)、反世代距离指标 (IGD) 的结果见表 1 和表 2, 其中最优结果加粗显示。

表 1 HV 指标对比

Tab. 1 Comparison of HV indicators

测试函数		3WD-MOPSO	MOPSO	3WD-MOGWO	MOGWO
ZDT1	最优值	2.44E+01	2.37E+01	<b>3.13E+01</b>	2.98E+01
	标准差	<b>2.92E-01</b>	5.98E+00	1.21E+00	2.36E+00
ZDT2	最优值	8.58E+00	8.47E+00	<b>1.13E+01</b>	1.05E+01
	标准差	<b>1.45E-01</b>	2.91E+00	7.77E-01	9.31E-01
ZDT3	最优值	2.05E+01	1.77E+01	<b>2.47E+01</b>	2.25E+01
	标准差	<b>6.17E-01</b>	4.24E+00	5.81E+00	5.26E+00
ZDT6	最优值	<b>2.44E+02</b>	1.82E+02	1.43E+02	5.27E+01
	标准差	4.80E+01	4.75E+01	2.95E+01	<b>1.42E+01</b>
DTLZ2	最优值	<b>2.83E+02</b>	1.01E+02	1.30E+02	4.96E+01
	标准差	4.82E+01	1.92E+01	1.97E+01	<b>4.62E+00</b>

由表 1 可知, 3WD-MOGWO 和 3WD-MOPSO 均优于 MOPSO 算法, 说明本文所提 3WD 策略应用

于 MOPSO 算法和 MOGWO 算法后的综合性能相对较好。

表 2 IGD 指标对比

Tab. 2 Comparison of IGD indicators

测试函数		3WD-MOPSO	MOPSO	3WD-MOGWO	MOGWO
ZDT1	最优值	4.78E-01	4.80E-01	<b>4.74E-01</b>	4.84E-01
	均值	6.43E-01	6.37E-01	<b>5.91E-01</b>	7.66E-01
	标准差	1.42E-01	1.83E-01	<b>1.03E-01</b>	1.48E-01
ZDT2	最优值	<b>5.35E-01</b>	5.75E-01	5.39E-01	7.69E-01
	均值	<b>7.01E-01</b>	1.74E+00	7.20E-01	8.79E-01
	标准差	1.34E-01	1.47E+00	1.12E-01	<b>7.14E-02</b>
ZDT3	最优值	<b>7.06E-01</b>	7.32E-01	7.20E-01	7.23E-01
	均值	<b>8.20E-01</b>	1.06E+00	1.03E+00	8.94E-01
	标准差	<b>1.53E-01</b>	2.58E-01	1.67E-01	1.65E-01
ZDT4	最优值	<b>4.77E-01</b>	1.80E+00	<b>4.77E-01</b>	5.26E-01
	均值	6.98E-01	8.10E+00	<b>6.90E-01</b>	6.18E+00
	标准差	1.77E-01	1.19E+01	<b>1.26E-01</b>	9.83E+00
ZDT6	最优值	<b>8.44E-01</b>	8.74E-01	8.50E-01	8.60E-01
	均值	<b>8.65E-01</b>	6.05E+00	9.46E-01	9.34E-01
	标准差	<b>1.61E-02</b>	2.76E+00	6.11E-02	5.56E-02

由表 2 可知, 在 ZDT 系列 5 个测试问题上, 3WD-MOGWO 算法和 3WD-MOPSO 算法的表现均优于其他经典算法, 且相对于其他算法, 平均值以及

标准差也取得了较低的数值, 表示本文所提算法在各测试函数上均有不错的表现。ZDT1、ZDT4 中, 3WD-MOGWO 算法普遍优于 MOPSO 等算法, 相对

较好地收敛于真实帕累托前沿的附近,且分布较为均匀。

仿真结果表明,在6个测试函数中,与其他经典优化算法相比,本文所提出的3WD策略大多都能找到更好的解,说明本文所提策略在解决多目标问题能很大程度上提升算法的综合性能,有效平衡算法的收敛性与多样性。

## 4 结束语

本文提出基于三支决策的多目标优化自然计算策略,充分利用三支决策三分而治的基本思想,将整体分为3个独立域,分别对每个域进行异域分治策略,有效解决收敛速度过快导致陷入局部最优的问题,保证前期多样性,维持后期收敛速度的稳定性,最终找到均匀分布且准确的前沿。综合实验结果表明,本文策略具有较好收敛性和多样性,能够有效提高解的精度。

## 参考文献

- [1] DEB K, PRATAP A, AGARWAL S, et al. A fast and elitist multiobjective genetic algorithm: NSGA-II, IEEE Trans. on Evol [J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2002, 6.
- [2] ZHANG Q, HUI L. MOEA/D: A Multi-objective Evolutionary Algorithm Based on Decomposition [J]. IEEE Transactions on

- Evolutionary Computation, 2008, 11(6):712-731.
- [3] COELLO C, LECHUGA M S. MOPSO: a proposal for multiple objective particle swarm optimization [C]// Wcci. IEEE Computer Society, 2002.
- [4] MIRJALILI S, SAREMI S, MIRJALILI S M, et al. Multi-objective grey wolf optimizer: A novel algorithm for multi-criterion optimization [J]. Expert Systems with Applications, 2015, 47:106-119.
- [5] Yen Gary G, Leong Wen Fung. Dynamic Multiple Swarms in Multiobjective Particle Swarm Optimization [J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics - Part A: Systems and Humans. 2009,39(4):890-911.
- [6] S ZAPOTECAS MARTÍNEZ, COELLO C C. A multi-objective particle swarm optimizer based on decomposition[C]// Conference on Genetic & Evolutionary Computation. ACM, 2011:69.
- [7] 魏文红,王甲海,陶铭,等. 基于泛化反向学习的多目标约束差分进化算法[J]. 计算机研究与发展,2016,53(6):1410-1421.
- [8] 谢承旺,肖驰,丁立新,等. HMOFA:一种混合型多目标萤火虫算法[J]. 软件学报,2018,29(4):1143-1162.
- [9] 张伟,黄卫民. 基于种群分区的多策略自适应多目标粒子群算法[J/OL]. 自动化学报:1-14[2022-09-22].
- [10] 徐航,张达敏,王依柔,等. 基于高斯映射和小孔成像学习策略的鲸鱼优化算法[J]. 计算机应用研究,2020,37(11):3271-3275.
- [11] 季伟东,岳玉麒,王旭,等. 基于降维和聚类的大规模多目标自然计算方法[J/OL]. 系统仿真学报:1-16[2022-09-22].
- [12] 王旭,季伟东,周国辉,等. 基于多指标精英个体博弈机制的多目标优化算法[J/OL]. 系统仿真学报:1-21[2022-09-22].
- [13] 杨俊杰,周建中,喻菁,等. 基于混沌搜索的粒子群优化算法[J]. 计算机工程与应用,2005(16):69-71.

(上接第133页)

(1)通过引入多种群结构,每只萤火虫可以在各群内不断优化,最终得到多条最优路径,不同的种群间可以交流经验和共享信息,增加了种群多样性,提高了算法优化性能;

(2)在算法迭代时,对萤火虫个体位置进行高斯变异,拓展萤火虫的搜索范围,避免陷入局部极值点,提高了全局搜索性能;

(3)在迭代次数相同的情况下(如 $T = 100$ ),本文改进萤火虫算法能够迅速趋稳,收敛速度更快;同时整体救援时间大大缩短,幅度高达618 min,救援效率提升了18.66%。

## 参考文献

- [1] 王付宇,叶春明. 地震伤员配送及手术调度优化问题研究进展[J]. 计算机应用研究,2017,33(3):653-657.
- [2] MOHAYMANY A S, HOSSEINI M, HABIBI H M. Obtaining the emergency transportation network for rescue and relief activities in large cities based on the life loss mitigation criteria [C] // Proc of the 6<sup>th</sup> Work-shop on Lifeline Earthquake Engineering, 2003: 231-240.
- [3] 李艳,叶春明,曹磊. 考虑伤情随机恶化的应急物资调度问题[J]. 系统工程学报,2020,35(6):824-837.
- [4] 王铭波,符强,童楠,等. 基于模拟退火机制的多种群萤火虫算法[J]. 计算机应用,2015,35(3):691-695.